

-課程學習成果-
數學多元選修

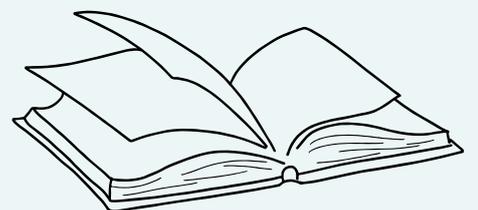
新竹女中

普通科

31104

江旻儒

113-1



Contents

摘要	page 3
動機&課程簡述	page 4
成果	page 5
心得	page 6
成長	page 7
附件：矩陣個人報告	page 8~11

摘要

動機

1. 想重新建立數學根基
2. 喜歡自主安排計畫、進度
3. 好奇不考試的課堂會如何進行

課程簡述

1. 依老師規定自行安排、調整課程進度，每星期上傳指定作業
2. 一次個人報告

心得與成長

1. 自動自發，從他律到自律的改變
2. 自主搜尋更深的數學日常應用
3. 清楚輸出學習知識
4. 觀摩同儕表現，一起進步

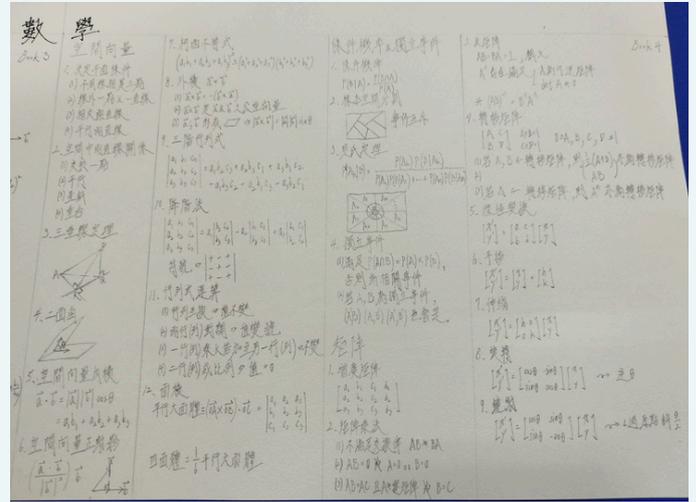
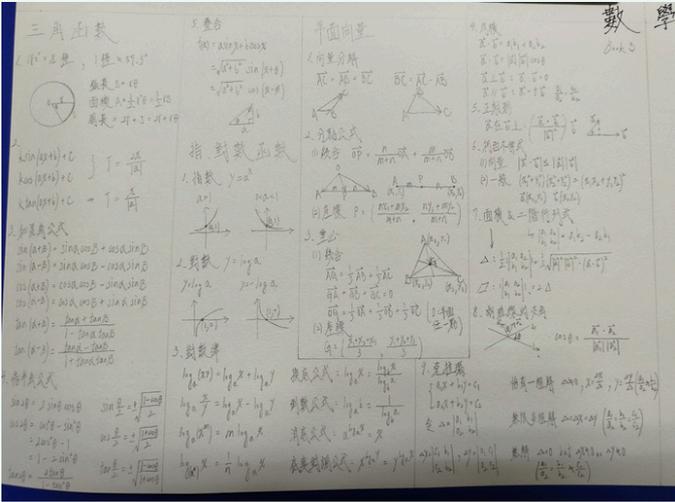
動機

在瀏覽這門課時，被不用考試的評分方式吸引，且喜歡自主規劃學習進程，於是，想重新建立數學根基的我報名了此堂選修課。

課程簡述

課程包含了作業與個人報告，在自主學習的過程中，老師會從旁協助。

成果



高二上綜整

高二下綜整



影片網址：

<https://youtu.be/nsSj2fQ9lRo?t=101&si=jUcMr0d3CeEKFapO>

心得

1. 培養自主、自律精神

這門課程讓我可以以自己的速度學習，讓我養成自主規劃、負責的態度。

2. 清楚輸出知識

運用自己的習慣摸索出自己整理知識的能力，再整理成更淺白的口語報告出來。

3. 觀摩同儕，一同成長

在同學報告時學會看見他人亮點與可進步之處，具體給予建議。

成長

Then

抓不到
學習重點

只在意自己的
上台表現

Experience

反覆練習
理解數學
知識間的關聯

觀摩同儕表現
撰寫他評表

Now

知道
如何整理筆記

從觀摩中學習
他人優秀表現

矩陣

311 江旻儒

目錄

矩陣基本概念&性質
矩陣運算
反矩陣
矩陣的應用

矩陣基本概念

定義: 數字或符號排列成的矩形數據結構
類型: 方陣、行矩陣、列矩陣、零矩陣

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} 7 \\ 8 \end{bmatrix} \quad [1 \ 2 \ 3]$$

矩陣基本性質

兩列對調
 某一行乘以不為0的常數K
 某一行乘以一個數加至另一列

$$\begin{bmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 1 & 1 & 2 \end{bmatrix}$$

矩陣運算

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$$

	加法	乘法
交換	$A + B = B + A$	X
結合	$(A + B) + C = A + (B + C)$	$A \times (B \times C) = (A \times B) \times C$
分配	X	$A \times (B + C) = AB + AC$

矩陣乘法

$$A = [a_{ij}]_{m \times n} \quad B = [b_{jk}]_{n \times p}$$

$$C = A \cdot B = [c_{ik}]_{m \times p}$$

不滿足交換律

- $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ AB可相乘 但BA不能相乘
- $A = \begin{bmatrix} 1 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 3 \\ 1 \end{bmatrix}$ $AB = [5]$ $BA = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ 階數不同
- $A = \begin{bmatrix} 3 & 6 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $B = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix}$ $AB = \begin{bmatrix} 6 & 15 \\ 2 & 5 \end{bmatrix}$ $BA = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 5 & 10 \end{bmatrix}$ $AB \neq BA$

矩陣乘法

$$AB=0 \Rightarrow A=0 \text{ or } B=0 \quad \text{e.g. } \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$AB=AC \text{ 且 } A \neq \text{零矩陣} \Rightarrow B=C \quad \text{不一定成立}$$

$$\text{[when } A \text{ 有反矩陣 } A^{-1}AB=A^{-1}AC \Rightarrow B=C$$

$$\text{[when } A \text{ 無反矩陣 } A(B-C)=0 \text{ 可能 } B \neq C \quad \text{e.g. } A = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 2 & 3 \\ 3 & 2 \end{bmatrix}, C = \begin{bmatrix} 1 & 2 \\ 2 & 1 \end{bmatrix}$$

反矩陣

$AB=BA=I$ ，則稱 A, B 互為反矩陣
反矩陣存在需滿足
1. A 為可逆矩陣
2. $\det A \neq 0$

$$A^{-1}$$

反矩陣求法

解1：矩陣列運算

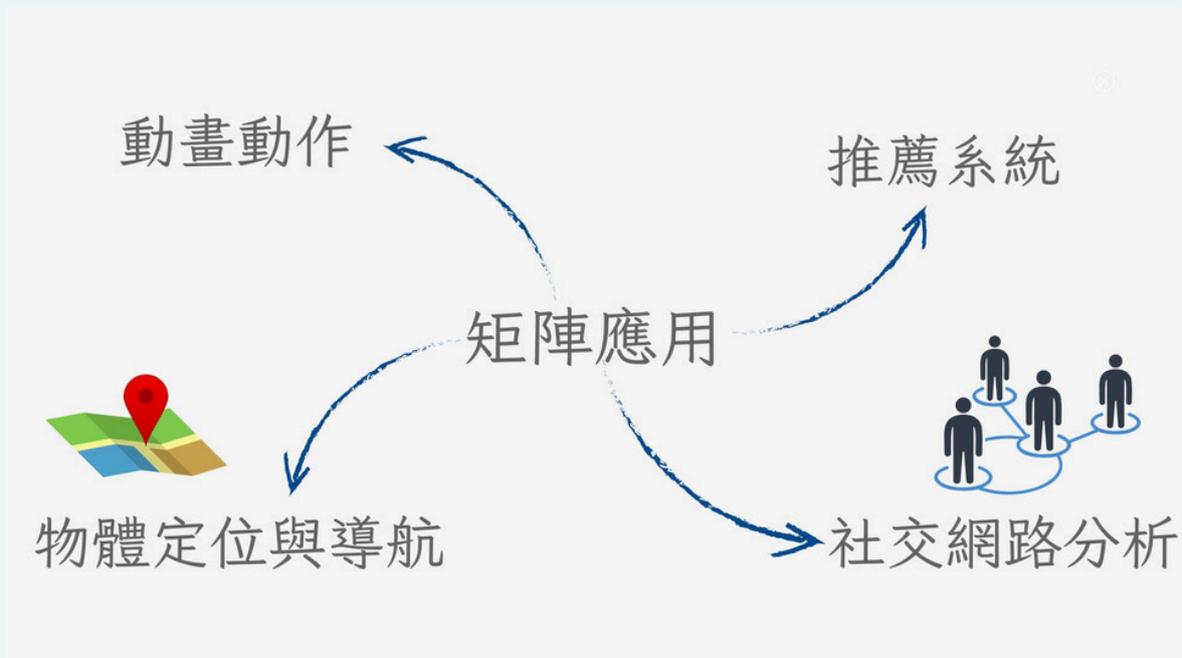
$$\begin{array}{l} [A|I] \rightarrow [I|A^{-1}] \\ \left[\begin{array}{cc|cc} 2 & 1 & 1 & 0 \\ 5 & 3 & 0 & 1 \end{array} \right] \rightarrow \left[\begin{array}{cc|cc} 1 & 0 & 3 & -1 \\ 0 & 1 & -5 & 2 \end{array} \right] \end{array}$$

解2：公式

$$A^{-1} = \frac{1}{\det A} \begin{bmatrix} d & -b \\ -c & a \end{bmatrix} \quad (\text{左上右下對調, 右上左下加負號})$$

e.g. $A = \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 5 & 3 \end{bmatrix}, A^{-1} = \frac{1}{6-5} \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3 & -1 \\ -5 & 2 \end{bmatrix}$

生活中， 有哪些矩陣的應用呢？



The End